

准考证号_____ 姓名_____

(在此卷上答题无效)

保密★启用前

泉州市 2020 届普通高中毕业班第一次质量检查

文科数学

本试卷共 23 题，满分 150 分，共 5 页。考试时间 120 分钟。

注意事项： 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。

3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

4. 保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{-1, 0, 1, 2\}$ ， $N = \{x \in \mathbf{Z} \mid (x+2)(x-1) \leq 0\}$ ，则 $M \cap N =$

A. $\{-1, 0, 1\}$

B. $\{0, 1, 2\}$

C. $\{-1, 0, 1, 2\}$

D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 若 $x + yi$ ($x, y \in \mathbf{R}$) 与 $\frac{3+i}{1-i}$ 互为共轭复数，则 $x+y=$

A. 0

B. 3

C. -1

D. 4

3. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $a_2 = -5$ ， $S_4 = -16$ ，则 $a_6 =$

A. 5

B. 3

C. -12

D. -13

4. 已知角 α 的顶点与坐标原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，若点 $P(2, -1)$ 在角 α 的终边上，则

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) =$$

A. $-\frac{4}{5}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{3}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

5. 执行如图所示的程序框图，若输入 $m = 2020$ ， $n = 520$ ，则输出的 $i =$

- A. 4
B. 5
C. 6
D. 7

6. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，过 F_2

的直线 $2x + y - 4 = 0$ 与 y 轴交于点 A ，线段 AF_2 与 E 交于点 B 。

若 $|AB| = |BF_1|$ ，则 E 的方程为

- A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$
B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$
C. $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$
D. $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$

7. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ， $a = f(2^{0.3})$ ， $b = f(0.2^{0.3})$ ， $c = f(\log_{0.3} 2)$ ，

则 a, b, c 的大小关系为

- A. $b < a < c$
B. $c < b < a$
C. $b < c < a$
D. $c < a < b$

8. $\triangle ABC$ 中， $BC = 2\sqrt{5}$ ， D 为 BC 的中点， $\angle BAD = \frac{\pi}{4}$ ， $AD = 1$ ，则 $AC =$

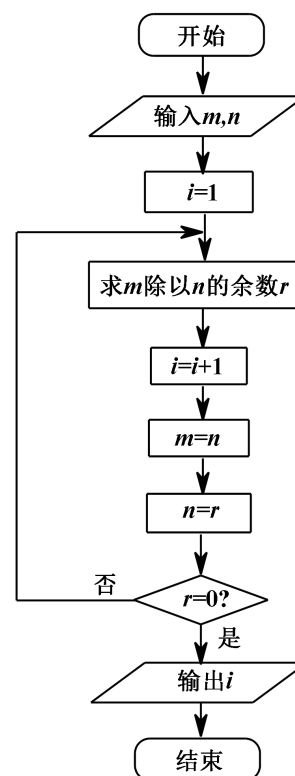
- A. $2\sqrt{5}$
B. $2\sqrt{2}$
C. $6 - \sqrt{5}$
D. 2

9. 若 $x \in [0, 1]$ 时， $e^x - |2x - a| \geq 0$ ，则 a 的取值范围为

- A. $[-1, 1]$
B. $[2 - e, e - 2]$
C. $[2 - e, 1]$
D. $[2 \ln 2 - 2, 1]$

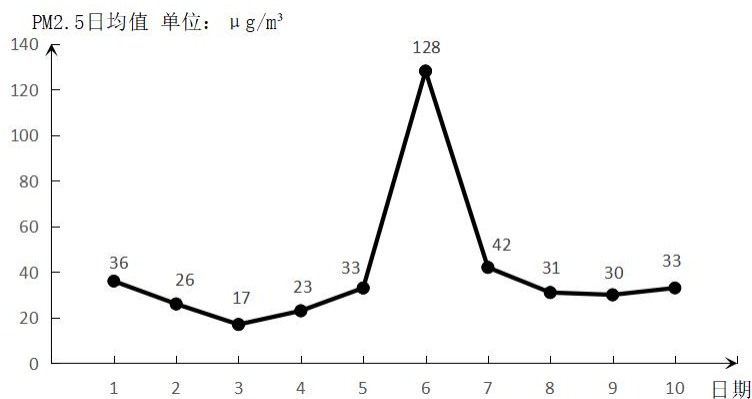
10. 若双曲线 $E: \frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (mn > 0)$ 绕其对称中心旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后可得某一函数的图象，则 E 的离心率等于

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
B. $\sqrt{3}$
C. 2 或 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
D. 2 或 $\sqrt{3}$



二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。不选或选出的选项中含有错误选项得 0 分，只选出部分正确选项得 3 分，选出全部正确选项得 5 分。

11. PM2.5 是衡量空气质量的重要指标.下图是某地 9 月 1 日到 10 日的 PM2.5 日均值（单位： $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ）的折线图，则下列说法正确的是



- A. 这 10 天中 PM2.5 日均值的众数为 33
- B. 这 10 天中 PM2.5 日均值的中位数是 32
- C. 这 10 天中 PM2.5 日均值的中位数大于平均数
- D. 这 10 天中 PM2.5 日均值前 4 天的方差大于后 4 天的方差
12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 是 DD_1 的中点, 则下列选项中正确的是
- A. $AC \perp B_1E$
- B. $B_1C \parallel$ 平面 A_1BD
- C. 三棱锥 C_1-B_1CE 的体积为 $\frac{1}{3}$
- D. 异面直线 B_1C 与 BD 所成的角为 45°

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．将答案填在答题卡的相应位置．

13. 已知向量 $\boldsymbol{a} = (1, 1)$ ， $\boldsymbol{b} = (-1, k)$ ， $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ ，则 $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| =$ _____．

14. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2, & x \geq 0, \\ \frac{2}{x}, & x < 0, \end{cases}$ 则使得不等式 $f(f(a)) > 0$ 成立的 a 的取值范围为_____．

15. 函数 $f(x) = |3\sin x - \sqrt{3}\cos x| - 2$ ($x \in [0, 2\pi]$) 的最大值为_____，
所有零点之和为_____．（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

16. 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB = 4$ ， $AA_1 = 2\sqrt{3}$ ．若 M 是侧面 BCC_1B_1 内的动点，且 $AM \perp MC$ ，
则 A_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的最大值为_____．

四、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每道试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. （12 分）

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_n = n^2$ ，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$ ， $b_3 = a_5$ ．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ．

18. （12 分）

唐诗是中国文学的瑰宝．为了研究计算机上唐诗分类工作中检索关键字的选取，某研究人员将唐诗分成 7 大类别，并从《全唐诗》48900 多篇唐诗中随机抽取了 500 篇，统计了每个类别及各类别包含“花”、“山”、“帘”字的篇数，得到下表：

	爱情婚姻	咏史怀古	边塞战争	山水田园	交游送别	羁旅思乡	其他	总计
篇数	100	64	55	99	91	73	18	500
含“山”字的篇数	51	48	21	69	48	30	4	271
含“帘”字的篇数	21	2	0	0	7	3	5	38
含“花”字的篇数	60	6	14	17	32	28	3	160

（1）根据上表判断，若从《全唐诗》含“山”字的唐诗中随机抽取一篇，则它属于哪个类别的可能性最大，属于哪个类别的可能性最小，并分别估计该唐诗属于这两个类别的概率；

(2) 已知检索关键字的选取规则为：

- ①若有超过95%的把握判断“某字”与“某类别”有关系，则“某字”为“某类别”的关键字；
- ②若“某字”被选为“某类别”关键字，则由其对应列联表得到的 K^2 的观测值越大，排名就越靠前；

设“山”“帘”“花”和“爱情婚姻”对应的 K^2 观测值分别为 k_1, k_2, k_3 . 已知 $k_1 \approx 0.516, k_2 \approx 31.962$, 请完成下面列联表，并从上述三个字中选出“爱情婚姻”类别的关键字并排名.

	属于“爱情婚姻”类	不属于“爱情婚姻”类	总计
含“花”字的篇数			
不含“花”的篇数			
总计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$.

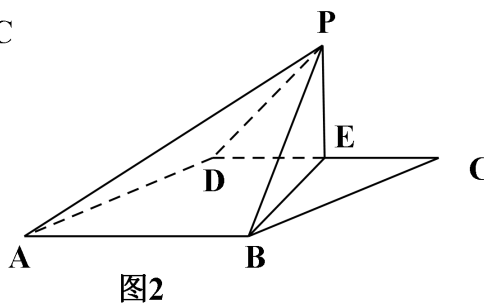
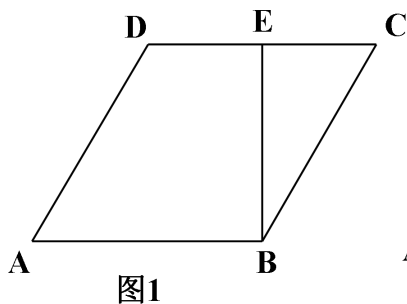
$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.025	0.010
k	3.841	5.024	6.635

19. (12分)

如图1，四边形 $ABCD$ 是边长为2的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， E 为 CD 的中点，以 BE 为折痕将 $\triangle BCE$ 折起到 $\triangle PBE$ 的位置，使得平面 $PBE \perp$ 平面 $ABCD$ ，如图2.

(1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PBE ；

(2) 求点 D 到平面 PAB 的距离.



20. (12 分)

已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 A 在 C 上, A 到 y 轴的距离比 $|AF|$ 小 1.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 AF 与 C 交于另一点 B , M 为 AB 的中点, 点 D 在 x 轴上, $|DA| = |DB|$.

若 $|DM| = \sqrt{6}$, 求直线 AF 的斜率.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + \sin x - ax^2 - 2x$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 判断 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的单调性并加以证明;

(2) 若 $x \geq 0$, $f(x) \geq 1$, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 并在答题卡中涂上你所选的题号. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 4 - \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的方程为

$x^2 + (y-1)^2 = 1$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求 l 和 C 的极坐标方程;

(2) 过 O 且倾斜角为 α 的直线与 l 交于点 A , 与 C 交于另一点 B . 若 $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12}$,

求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的取值范围.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

记函数 $f(x) = \left| x + \frac{1}{2} \right| + |2x - 1|$ 的最小值为 m .

(1) 求 m 的值;

(2) 若正数 a, b, c 满足 $abc = m$, 证明: $ab + bc + ca \geq \frac{9}{a+b+c}$.