

漳州市 2020 届高中毕业班第二次教学质量检测

理科数学答案及评分标准

评分说明:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分标准制定相应的评分细则.

2. 对计算题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应给分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分.

3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题: 本大题考查基础知识和基本运算. 每小题 5 分, 满分 60 分.

1. D 2. B 3. C 4. A 5. B 6. A
7. C 8. B 9. D 10. C 11. A 12. B

二、填空题: 本大题考查基础知识和基本运算. 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 8 14. $\frac{\pi}{4}$ 15. $-\frac{2}{7}$ 16. $(\frac{1}{e}, +\infty)$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. 解: (1) 证明: 因为 $(1 + a_1)(1 + a_2)(1 + a_3) \cdots (1 + a_{n+1}) = a_{n+1}$,

所以 $(1 + a_1)(1 + a_2)(1 + a_3) \cdots (1 + a_{n+2}) = a_{n+2}$, 1 分

又 $n \in \mathbb{N}^*$, $a_n \neq 0$, 所以 $1 + a_{n+2} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$, 2 分

所以 $\frac{1}{a_{n+2}} + 1 = \frac{1}{a_{n+1}}$, 即 $\frac{1}{a_{n+2}} - \frac{1}{a_{n+1}} = -1$, 4 分

所以数列 $\left\{ \frac{1}{a_{n+1}} \right\}$ 是等差数列. 5 分

(2) 因为 $a_1 = 1$, $(1 + a_1)(1 + a_2) = a_2$,

所以 $2(1 + a_2) = a_2$, 解得 $a_2 = -2$, 所以 $\frac{1}{a_2} = -\frac{1}{2}$, 6 分

结合(1) 知, $\frac{1}{a_{n+1}} = -\frac{1}{2} + (n-1) \times (-1) = -\frac{2n-1}{2}$, 7 分

所以 $a_{n+1} = \frac{-2}{2n-1}, n \in \mathbb{N}^*, \dots\dots\dots 8$ 分

所以 $a_{n+1}a_{n+2} = \frac{-2}{2n-1} \cdot \frac{-2}{2n+1} = 2(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}), \dots\dots\dots 10$ 分

所以 $T_n = 2[(1 - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{5}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{7}) + \dots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1})]$
 $= 2(1 - \frac{1}{2n+1})$
 $= \frac{4n}{2n+1}, n \in \mathbb{N}^*. \dots\dots\dots 12$ 分

18. 解法一:

(1) 过 A_1 作 $A_1O \perp AC$ 交 AC 于点 O , 连接 BO , $\dots\dots\dots 1$ 分

因为 $AA_1 = AB, \angle AA_1C = \angle ABC = 90^\circ$, 所以 $\triangle AA_1C \cong \triangle ABC$,

所以 $\angle A_1AO = \angle BAO$, 所以 $\triangle AA_1O \cong \triangle ABO$, 所以 $\angle AOB = \angle AOA_1 = 90^\circ$,

即 $BO \perp AC$, $\dots\dots\dots 3$ 分

因为 $BO \cap A_1O = O$, 所以 $AC \perp$ 平面 A_1OB , $\dots\dots\dots 4$ 分

又因为 $A_1B \subset$ 平面 A_1OB , 所以 $AC \perp A_1B$. $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) 因为 $\angle ABC = 90^\circ, AB = 2, \angle ACB = 30^\circ$, 所以 $AC = 4, BC = 2\sqrt{3}$, 所以 $BO = \sqrt{3}$,

所以 $A_1O = \sqrt{3}$, 因为 $A_1B = \sqrt{6}$, 所以 $A_1O^2 + BO^2 = A_1B^2$, 所以 $A_1O \perp BO$. $\dots\dots 6$ 分

如图, 以 O 为原点, 以 $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA_1}$ 的方向为 x 轴, y 轴, z 轴的正方向建立空间直角坐标系 $O-xyz$, 易知 $OC = 3$, 所以 $B(\sqrt{3}, 0, 0), C(0, 3, 0), C_1(0, 2, \sqrt{3}), \dots\dots\dots 7$ 分

所以 $\overrightarrow{BC} = (-\sqrt{3}, 3, 0), \overrightarrow{CC_1} = (0, -1, \sqrt{3})$,

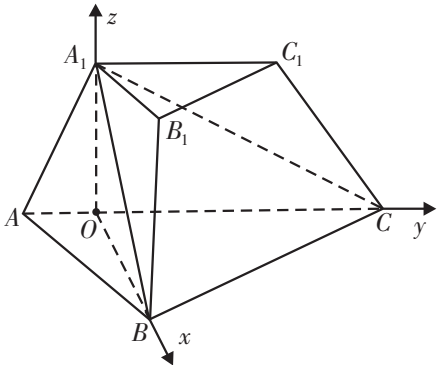
设 $\mathbf{n}_1 = (x, y, z)$ 是平面 BCC_1 的一个法向量,

$$\text{则} \begin{cases} \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \\ \mathbf{n}_1 \cdot \overrightarrow{CC_1} = 0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \sqrt{3}x - 3y = 0, \\ -y + \sqrt{3}z = 0, \end{cases}$$

取 $\mathbf{n}_1 = (3, \sqrt{3}, 1), \dots\dots\dots 9$ 分

易知平面 ACC_1 的一个法向量 $\mathbf{n}_2 = (1, 0, 0)$,

$\dots\dots\dots 10$ 分



则 $\cos \langle \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2 \rangle = \frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$, 11 分

因为二面角 $A - CC_1 - B$ 为锐角,

所以二面角 $A - CC_1 - B$ 的余弦值为 $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ 12 分

(注:其它解法相应给分.)

19. 解法一:

(1) 因为 $|HF_1| + |HF_2| = 4 > |F_1F_2| = 2$,

所以点 H 的轨迹是焦点为 F_1, F_2 , 长轴长为 4 的椭圆, 2 分

设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$,

所以 $a = 2, c = 1$, 所以 $b^2 = a^2 - c^2 = 3$, 3 分

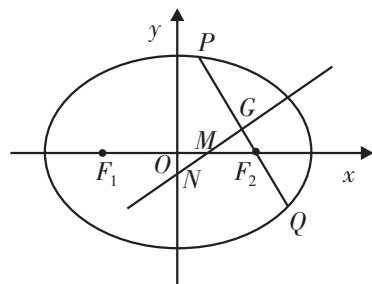
所以 E 的方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4 分

(2) 直线 PQ 的斜率必存在且不为 0, 设 PQ 方程为 $y = k(x - 1), k \neq 0$, 5 分

由 $\begin{cases} y = k(x - 1), \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$ 消去 y 整理得

$(4k^2 + 3)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$,

$\Delta = (-8k^2)^2 - 4(4k^2 + 3)(4k^2 - 12)$
 $= 144(k^2 + 1) > 0$,



设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{4k^2 + 3}$, 6 分

故点 G 的横坐标为 $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4k^2}{4k^2 + 3}$, 所以 $G(\frac{4k^2}{4k^2 + 3}, -\frac{3k}{4k^2 + 3})$, 7 分

设 $M(x_M, 0)$, 因为 $MG \perp PQ$, 所以 $k_{MG} \cdot k_{PQ} = \frac{-\frac{3k}{4k^2 + 3}}{\frac{4k^2}{4k^2 + 3} - x_M} \times k = -1$,

解得 $x_M = \frac{k^2}{4k^2 + 3}$, 所以 $M(\frac{k^2}{4k^2 + 3}, 0)$, 9 分

要使 $\text{Rt} \triangle OMN \cong \text{Rt} \triangle GMF_2$, 只需 $|OM| = |GM|$, 10 分

$$\text{即 } \frac{k^2}{4k^2+3} = \sqrt{\left(\frac{4k^2}{4k^2+3} - \frac{k^2}{4k^2+3}\right)^2 + \left(-\frac{3k}{4k^2+3}\right)^2}, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

整理得 $8k^4 + 9k^2 = 0$, 因为 $k \neq 0$, 所以此方程无实根,

所以 $\triangle OMN \cong \triangle GMF_2$ 不成立. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

解法二:

(1) 同解法一. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 直线 PQ 的斜率必存在且不为 0, 设 PQ 方程为 $x = my + 1$, $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$\text{由 } \begin{cases} x = my + 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases} \text{ 消去 } x \text{ 整理得 } (3m^2 + 4)y^2 + 6my - 9 = 0,$$

$$\Delta = 36m^2 + 36(3m^2 + 4) > 0,$$

$$\text{设 } P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), \text{ 则 } y_1 + y_2 = -\frac{6m}{3m^2 + 4}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{故点 } G \text{ 的纵坐标为 } y_G = \frac{y_1 + y_2}{2} = -\frac{3m}{3m^2 + 4},$$

$$\text{所以 } G\left(\frac{4}{3m^2 + 4}, -\frac{3m}{3m^2 + 4}\right), \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

因为直线 MG 的斜率为 $-m$,

$$\text{所以直线 } MG \text{ 的方程为 } y + \frac{3m}{3m^2 + 4} = -m\left(x - \frac{4}{3m^2 + 4}\right),$$

$$\text{即 } y = -mx + \frac{m}{3m^2 + 4}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = \frac{m}{3m^2 + 4},$$

$$\text{所以点 } N \text{ 的纵坐标为 } y_N = \frac{m}{3m^2 + 4}, \text{ 即 } |ON| = \left| \frac{m}{3m^2 + 4} \right|, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } |y_G| > |ON|,$$

$$\text{因为 } |GF_2| > |y_G|, \text{ 所以 } |GF_2| > |ON|, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{要使得 } \triangle OMN \cong \triangle GMF_2, \text{ 则必须 } |GF_2| = |ON|,$$

$$\text{因为上式不成立, 所以 } \triangle OMN \cong \triangle GMF_2 \text{ 不成立. } \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

解法三:

(1) 同解法一. 4 分

(2) 设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2), G(x_0, y_0)$, 因为 P, Q 在曲线 E 上, 且 $x_0 \neq 0, y_0 \neq 0$

所以 $\begin{cases} \frac{x_2^2}{4} + \frac{y_2^2}{3} = 1, \\ \frac{x_1^2}{4} + \frac{y_1^2}{3} = 1, \end{cases}$ 两式相减并整理得 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$, 6 分

所以直线 PQ 的斜率为 $k = -\frac{3}{4} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{x_0}{y_0}$, 7 分

所以 MG 的方程为 $y - y_0 = \frac{4y_0}{3x_0}(x - x_0)$, 8 分

令 $x = 0$, 得 $y = -\frac{y_0}{3}$, 所以点 N 的纵坐标 $y_N = -\frac{y_0}{3}$, 9 分

所以 $|ON| = \left| \frac{y_0}{3} \right| < |y_0|$,

又因为 $|GF_2| > |y_0|$, 所以 $|GF_2| > |ON|$, 11 分

要使得 $\triangle OMN \cong \triangle GMF_2$, 则必须 $|GF_2| = |ON|$,

因为上式不成立, 所以 $\triangle OMN \cong \triangle GMF_2$ 不成立. 12 分

20. 解: (1) 依题意得, 半球的半径为 $r = 5\text{cm}$,

体积为 $V_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 125\pi = \frac{250}{3}\pi\text{cm}^3$, 1 分

大圆柱体积 $V_2 = 25\pi \times 20 = 500\pi\text{cm}^3$, 2 分

小圆柱体积 $V_3 = 4\pi \times 2 = 8\pi\text{cm}^3$, 3 分

所以盖上瓶塞后, 水瓶的最大盛水量为 $\frac{250}{3}\pi + 500\pi + 8\pi + 52\pi - \frac{10}{3}\pi = 640\pi\text{cm}^3$.

..... 4 分

(2) (i) $|c|$ 的实际意义为倒出 $x\text{cm}^3$ 体积水时, 暖水瓶内水的降温速率;

$|c|$ 越小, 降温速率越小, 保温效果越好; $|c|$ 越大, 降温速率越大, 保温效果越差. 6 分

因为 $x_i = 30(i - 1), i = 1, 2, \dots, 7$, 对于回归直线 $L_1: w = \beta x + \alpha$,

因为 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = 90, \bar{w} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_7}{7} = 1.1$,

$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w}) = -81, \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 25200$, 7 分

$$\text{所以 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = -\frac{81}{25200} = -\frac{9}{2800} \approx -0.0032, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{w} - \hat{\beta} \cdot \bar{x} = 1.1 + 0.0032 \times 90 = 1.388,$$

$$\text{所以回归直线 } L_1 \text{ 的方程为 } w = -0.0032x + 1.388. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$(ii) \text{ 联立 } \begin{cases} w = -0.0032x + 1.388, \\ w = 0.0009x + 0.7, \end{cases} \text{ 得 } x \approx 167.8,$$

$$\text{所以保温瓶最佳倒出体积约为 } 167.8\text{cm}^3, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{保温瓶盛水体积约为 } 640\pi - 167.8 \approx 640 \times 3.14 - 167.8 = 1841.8\text{cm}^3,$$

$$\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{所以保温瓶盛水体积约为 } 1842\text{cm}^3 \text{ 时保温效果最佳. } \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

注:第(2)小题按以下做法也相应给分.

$$(2) (i) |c| \text{ 的实际意义为倒出 } x\text{cm}^3 \text{ 体积水时,暖水瓶内水的降温速率; } \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } x_i = 30(i-1), i = 1, 2, \dots, 7, \text{ 对于回归直线 } L_1: w = \beta x + \alpha,$$

$$\text{因为 } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_7}{7} = 90, \bar{w} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_7}{7} = 1.1,$$

$$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w}) = -81, \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 25200, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w})}{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2} = -\frac{81}{25200} = -\frac{9}{2800}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{w} - \hat{\beta} \cdot \bar{x} = \frac{11}{10} + \frac{9}{2800} \times 90 = \frac{389}{280} \approx 1.3893,$$

$$\text{所以回归直线 } L_1 \text{ 的方程为 } w = -0.0032x + 1.3893. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$(ii) \text{ 联立 } \begin{cases} w = -0.0032x + 1.3893, \\ w = 0.0009x + 0.7, \end{cases} \text{ 得 } x \approx 168.122,$$

$$\text{所以保温瓶最佳倒出体积约为 } 168.122\text{cm}^3, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{保温瓶盛水体积约为 } 640\pi - 168.122 \approx 640 \times 3.14 - 168.122 = 1841.478\text{cm}^3,$$

$$\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{所以保温瓶盛水体积约为 } 1841\text{cm}^3 \text{ 时保温效果最佳. } \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解法一:

(1) $g(x)$ 定义域为 $(0, +\infty)$,

因为 $g'(x) = 1 + \frac{a}{x} = \frac{x+a}{x}$, 1 分

若 $a \geq 0$, 则 $g'(x) > 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 2 分

若 $a < 0$, 则当 $x \in (0, -a)$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x \in (-a, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$,

所以 $g(x)$ 在 $(0, -a)$ 单调递减, 在 $(-a, +\infty)$ 单调递增. 4 分

(2) 证明: 对于曲线 $y = f(x)$, $f'(x) = e^x$, $k_l = f'(x_1) = e^{x_1}$,

直线 l 的方程为 $y - y_1 = e^{x_1}(x - x_1)$,

即 $y - e^{x_1} = e^{x_1}x - x_1e^{x_1}$, 即 $y = e^{x_1}x + (1 - x_1)e^{x_1}$ ①. 5 分

对于曲线 $y = g(x)$, 因为 $a = 1$, 所以 $g(x) = x + \ln x$, $g'(x) = 1 + \frac{1}{x}$

所以 $k_l = g'(x_2) = 1 + \frac{1}{x_2}$,

直线 l 的方程为 $y - y_2 = (1 + \frac{1}{x_2})(x - x_2)$,

即 $y - x_2 - \ln x_2 = (1 + \frac{1}{x_2})x - x_2 - 1$, 即 $y = (1 + \frac{1}{x_2})x + \ln x_2 - 1$ ②. 6 分

因为 ① 与 ② 表示同一条直线, 所以 $e^{x_1} = 1 + \frac{1}{x_2}$ ③,

且 $(1 - x_1)e^{x_1} = \ln x_2 - 1$ ④, 7 分

④ \div ③, 得 $1 - x_1 = \frac{x_2 \ln x_2 - x_2}{x_2 + 1}$, 8 分

所以 $x_1 = 1 + \frac{x_2 - x_2 \ln x_2}{x_2 + 1}$.

令 $h(x) = 1 + \frac{x - x \ln x}{x + 1}$,

$$h'(x) = \frac{[1 - (\ln x + x \cdot \frac{1}{x})](x + 1) - (x - x \ln x)}{(x + 1)^2} = -\frac{x + \ln x}{(x + 1)^2} = -\frac{g(x)}{(x + 1)^2},$$

由 (1) 知, $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增又 $g(\frac{1}{e}) = \frac{1}{e} + \ln \frac{1}{e} = \frac{1}{e} - 1 < 0$

$g(1) = 1 + \ln 1 = 1 > 0$. $\therefore g(\frac{1}{e}) \cdot g(1) < 0$

$g(x)$ 有唯一零点 $x_0 \in (\frac{1}{e}, 1)$,

且当 $x \in (0, x_0)$ 时, $g(x) < 0, h'(x) > 0$,

当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $g(x) > 0, h'(x) < 0$,

所以 $h(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上递增, 在 $(x_0, +\infty)$ 上递减,

所以 $x_1 = h(x_2) \leq h(x_0) = 1 + \frac{x_0 - x_0 \ln x_0}{x_0 + 1}$, 10 分

又 $g(x_0) = 0$, 即 $\ln x_0 = -x_0$,

所以 $x_1 \leq h(x_0) = 1 + \frac{x_0 + x_0^2}{x_0 + 1} = 1 + x_0 < 2$, 11 分

所以 $1 + \frac{1}{x_2} = e^{x_1} < e^2$, 所以 $\frac{1}{x_2} < e^2 - 1$,

又 $x_2 > 0$, 所以 $x_2 > \frac{1}{e^2 - 1}$ 12 分

解法二:

(1) 同解法一.

(2) 证明: 因为 $f'(x) = e^x$, 所以直线 l 的斜率为 $k = f'(x_1) = e^{x_1}$, 5 分

因为 $a = 1$, 所以 $g(x) = x + \ln x$, 所以 $g'(x) = 1 + \frac{1}{x}$,

所以直线 l 的斜率为 $k = g'(x_2) = 1 + \frac{1}{x_2}$, 6 分

所以 $e^{x_1} = 1 + \frac{1}{x_2}$, 所以 $x_1 = \ln(1 + \frac{1}{x_2})$,

又因为 $k = \frac{e^{x_1} - x_2 - \ln x_2}{x_1 - x_2} = \frac{1 + \frac{1}{x_2} - x_2 - \ln x_2}{\ln(1 + \frac{1}{x_2}) - x_2}$, 所以 $\frac{1 + \frac{1}{x_2} - x_2 - \ln x_2}{\ln(1 + \frac{1}{x_2}) - x_2} = 1 + \frac{1}{x_2}$,

..... 7 分

所以 $(x_2 + 1) \ln(1 + \frac{1}{x_2}) + x_2 \ln x_2 - 2x_2 - 1 = 0$, 8 分

令 $h(x) = (x + 1) \ln(1 + \frac{1}{x}) + x \ln x - 2x - 1$,

所以 $h'(x) = \ln(x + 1) - \frac{1}{x} - 1$, 所以 $h'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 9 分

又因为 $h'(\frac{1}{e^2 - 1}) = 2 - e^2 - \ln(e^2 - 1) < 0, h'(e^3 - 1) = 2 - \frac{1}{e^3 - 1} > 0$,

所以存在 $x_0 \in (\frac{1}{e^2 - 1}, e^3 - 1)$, 使得 $h'(x_0) = 0$,

且当 $x \in (0, x_0)$ 时, $h'(x) < 0$, 当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, $h'(x) > 0$,

所以 $h(x)$ 在 $(0, x_0)$ 递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 递增, 10 分

因为 $x_0 > \frac{1}{e^2 - 1}$ 所以 $h(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e^2 - 1})$ 递减,

所以当 $0 < x \leq \frac{1}{e^2 - 1}$ 时, $h(x) \geq h(\frac{1}{e^2 - 1}) = 1 - \frac{\ln(e^2 - 1)}{e^2 - 1} > 0$,

所以 $h(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e^2 - 1}]$ 内无零点, 11 分

因为 x_2 是 $h(x)$ 的零点且 $x_2 > 0$, 所以 $x_2 > \frac{1}{e^2 - 1}$ 12 分

22. 解: (1) 曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$, ① 2 分

直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = 2 + \frac{1}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}).$ ② 5 分

(2) ② 代入 ①, 得 $t^2 + (32 - 4\sqrt{3})t + 76 = 0$, 6 分

所以 $\Delta = 16(8 - \sqrt{3})^2 - 4 \times 76 = 256 \times (3 - \sqrt{3}) > 0$,

设 A, B 对应的参数分别为 t_1, t_2 , 则 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -(32 - 4\sqrt{3}), \\ t_1 t_2 = 76 > 0, \end{cases}$ 8 分

所以 $|PA| + |PB| = |t_1| + |t_2| = |t_1 + t_2| = 32 - 4\sqrt{3}$ 10 分

23. 解法一:

$$(1) \text{ 因为 } f(x) = \begin{cases} x-4, & x \leq -2, \\ 3x, & -2 < x < 1, \\ -x+4, & x \geq 1. \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

所以当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 取最大值为 3, 即 $m = 3$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$$(2) \text{ 由已知有 } 2\sqrt{ab} = 4a^2 + b^2 \geq 4ab,$$

$$\text{因为 } a > 0, b > 0, \text{ 所以 } ab > 0, \text{ 所以 } \sqrt{ab} \leq \frac{1}{2}, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } \frac{2}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{8}{ab}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{ab}} \geq 8\sqrt{2} > 3, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{所以不存在实数 } a, b, \text{ 使得 } \frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 3. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

解法二:

$$(1) \text{ 因为 } f(x) = |x+2| - 2|x-1| = |x+2| - |x-1| - |x-1| \\ \leq |(x+2) - (x-1)| - 0 = 3, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{且 } f(1) = 3, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } f(x) \text{ 的最大值为 } 3, \text{ 即 } m = 3. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由已知有 } 2\sqrt{ab} = 4a^2 + b^2 \geq 4ab,$$

$$\text{因为 } a > 0, b > 0, \text{ 所以 } ab > 0, \text{ 所以 } \sqrt{ab} \leq \frac{1}{2}, \textcircled{1} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{假设存在实数 } a, b, \text{ 使得 } \frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 3,$$

$$\text{则 } 3 = \frac{2}{a} + \frac{4}{b} \geq 2\sqrt{\frac{8}{ab}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{ab}}, \text{ 即 } \sqrt{ab} \geq \frac{4\sqrt{2}}{3} > \frac{1}{2}, \textcircled{2} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } \textcircled{1} \text{ 与 } \textcircled{2} \text{ 矛盾, 所以假设不成立, 故不存在实数 } a, b, \text{ 使得 } \frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 3.$$

$$\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$