

准考证号_____ 姓名_____

(在此卷上答题无效)

保密★启用前

泉州市 2020 届普通高中毕业班第一次质量检查

理科数学

本试卷共 23 题，满分 150 分，共 6 页。考试用时 120 分钟。

注意事项：1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 考生作答时，将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。

3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

4. 保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$ ， $N = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 + x - 2 \leq 0\}$ ，则 $M \cap N =$

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1\}$

2. 已知 $x, y \in \mathbf{R}$ ，且 $x + yi$ 与 $\frac{3+i}{1-i}$ 互为共轭复数，则 $x+y =$

- A. 0 B. 3 C. -1 D. 4

3. 某旅行社调查了所在城市 20 户家庭 2019 年的旅行费用，汇总得到如下表格：

费用（万元）/年	1.2	1.4	1.6	1.8	2
户数	4	6	3	5	2

则这 20 户家庭该年的旅行费用的众数和中位数分别是

- A. 1.4, 1.4 B. 1.4, 1.5 C. 1.4, 1.6 D. 1.62, 1.6

4. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。已知 $a_2 = -5$ ， $S_4 = -16$ ，则 $S_6 =$

- A. -14 B. -12 C. -17 D. 12

5. $(x+3)(x-2)^5$ 的展开式中 x^4 的系数为

- A. 10 B. 38 C. 70 D. 240

6. 已知函数 $f(x) = \frac{4^x - 1}{2^x}$, $a = f(2^{0.3})$, $b = f(0.2^{0.3})$, $c = f(\log_{0.3} 2)$, 则 a, b, c 的大小关系为

A. $c < b < a$

B. $b < a < c$

C. $b < c < a$

D. $c < a < b$

7. 松、竹、梅经冬不衰, 因此有“岁寒三友”之称. 在我国古代的诗词和典籍中有很多与松和竹相关的描述和记载, 宋代刘学箕的《念奴娇·水轩沙岸》的“缀松黏竹, 恍然如对三绝”描写了大雪后松竹并生相依的美景; 宋元时期数学名著《算学启蒙》中亦有关于“松竹并生”的问题: 松长五尺, 竹长两尺, 松日自半, 竹日自倍, 松竹何日而长等. 现欲知几日后, 竹长超过松长一倍. 为了解决这个新问题, 设计下面的程序框图, 若输入的

$x = 5, y = 2$, 则输出的 n 的值为

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

8. 若 $x \in [0, 1]$ 时, $e^x - |2x - a| \geq 0$, 则 a 的取值范围为

A. $[2 \ln 2 - 2, 1]$

B. $[2 - e, e - 2]$

C. $[2 - e, 1]$

D. $[-1, 1]$

9. 已知函数 $f(x) = a \sin 2x - b \cos 2x$, $ab \neq 0$. 当 $x \in \mathbf{R}$ 时 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{3})$, 则下列结论错误的是

A. $a = \sqrt{3}b$

B. $f(\frac{\pi}{12}) = 0$

C. $f(-\frac{\pi}{5}) = f(-\frac{2\pi}{15})$

D. $f(-\frac{4\pi}{15}) = -f(\frac{2\pi}{5})$

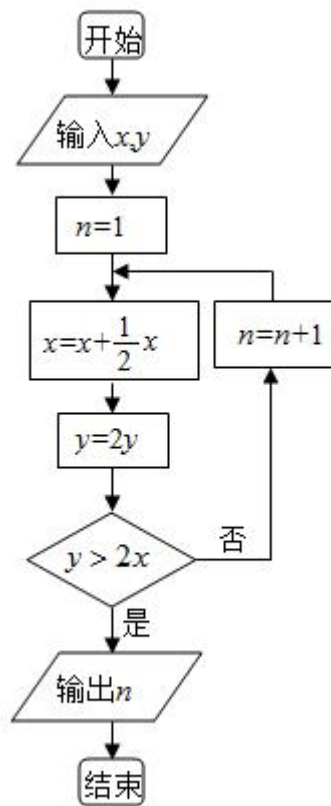
10. 将正整数 20 分解成两个正整数的乘积有 $1 \times 20, 2 \times 10, 4 \times 5$ 三种, 其中 4×5 是这三种分解中两数差的绝对值最小的, 我们称 4×5 为 20 的最佳分解. 当 $p \times q$ ($p \leq q$ 且 $p, q \in \mathbf{N}^*$) 是正整数 n 的最佳分解时我们定义函数 $f(n) = q - p$, 则数列 $\{f(5^n)\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的前 2020 项的和为

A. $5^{1010} + 1$

B. $\frac{5^{1010} - 1}{4}$

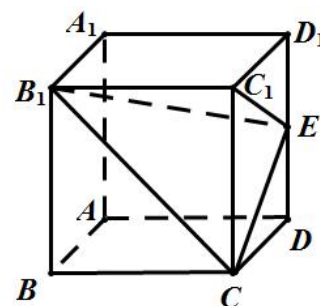
C. $\frac{5^{1010} - 1}{2}$

D. $5^{1010} - 1$



二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。不选或选出的选项中含有错误选项得 0 分，只选出部分正确选项得 3 分，选出全部正确选项得 5 分。

11. 如图，正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， E 是 DD_1 的中点，则



A. 直线 $B_1C \parallel$ 平面 A_1BD

B. $B_1C \perp BD_1$

C. 三棱锥 $C_1 - B_1CE$ 的体积为 $\frac{1}{3}$

D. 异面直线 B_1C 与 BD 所成的角为 60°

12. 若双曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1 (mn < 0)$ 绕其对称中心旋转 $\frac{\pi}{3}$ 可得某一函数的图象，则 C 的离心率可以是

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\sqrt{3}$

D. 2

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在答题卡的相应位置。

13. 已知向量 $a = (1, 1)$ ， $b = (-1, k)$ ， $a \perp b$ ，则 $|a + b| =$ _____.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 3$ ， $a_n a_{n+2} = 1$ ，则 $a_{2019} + a_{2020} =$ _____.

15. 设 F 是抛物线 $E: y^2 = 3x$ 的焦点，点 A 在 E 上，光线 AF 经 x 轴反射后交 E 于点 B ，则点 F 的坐标为_____， $|AF| + 4|BF|$ 的最小值为_____。（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

16. 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形， $AA_1 = 2\sqrt{3}$. 点 M 是侧面 BCC_1B_1 内的动点（不含边界）， $AM \perp MC$ ，则 A_1M 与平面 BCC_1B_1 所成角的正切值的取值范围为_____.

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ ， $\angle DAC = 2\angle ACB$ ， $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$ 。

(1) 若 $\angle ACB = \frac{\pi}{6}$ ， $BC = \sqrt{3}$ ，求 BD ；

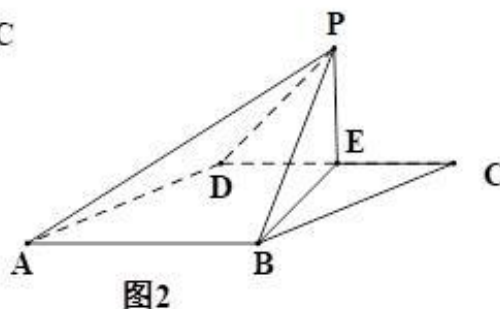
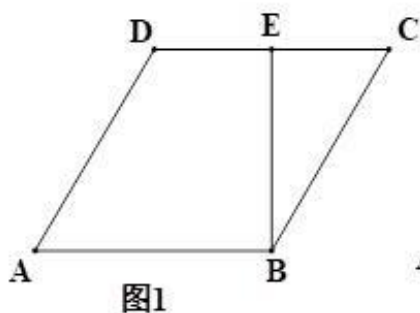
(2) 若 $DC = \sqrt{3}AB$ ，求 $\cos \angle ACB$ 。

18. (12 分)

如图 1，四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， E 为 CD 的中点，以 BE 为折痕将 $\triangle BCE$ 折起到 $\triangle PBE$ 的位置，使得平面 $PBE \perp$ 平面 $ABED$ ，如图 2。

(1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PBE ；

(2) 求二面角 $B-PA-E$ 的余弦值。



19. (12 分)

已知 $F(1,0)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点，点 $P(1, \frac{3}{2})$ 在 C 上。

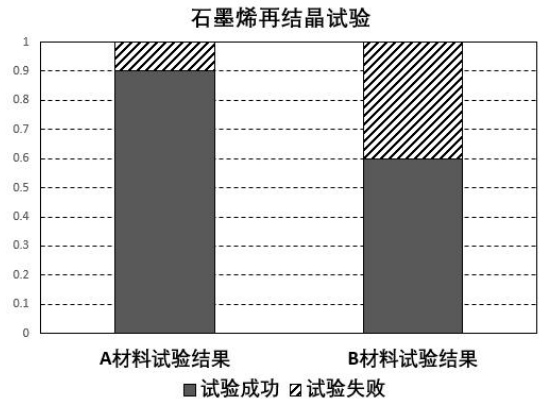
(1) 求 C 的方程；

(2) 斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 与 C 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点，当 $3x_1x_2 + 4y_1y_2 = 0$ 时，求直线 l 被圆

$x^2 + y^2 = 4$ 截得的弦长。

20. (12 分)

冬天的北方室外温度极低，若轻薄保暖的石墨烯发热膜能用在衣服上，可爱的医务工作者行动会更方便．石墨烯发热膜的制作：从石墨中分离出石墨烯，制成石墨烯发热膜．从石墨分离石墨烯的一种方法是化学气相沉积法，使石墨升华后附着在材料上再结晶．现在有 A 材料、B 材料供选择，研究人员对附着在 A 材料、B 材料上再结晶各做了 50 次试验，得到如下等高条形图．



(1) 根据上面的等高条形图，填写如下列联表，判断是否有 99% 的把握认为试验成功与材料有关？

	A 材料	B 材料	合计
成功			
不成功			
合计			

(2) 研究人员得到石墨烯后，再制作石墨烯发热膜有三个环节：①透明基底及 UV 胶层；②石墨烯层；③表面封装层．第一、二环节生产合格的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，第三个环节生产合格的概率为 $\frac{2}{3}$ ，且各生产环节相互独立．已知生产 1 吨的石墨烯发热膜的固定成本为 1 万元，若生产不合格还需进行修复，第三个环节的修复费用为 3000 元，其余环节修复费用均为 1000 元．如何定价，才能实现每生产 1 吨石墨烯发热膜获利可达 1 万元以上的目标？

附：参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$ ．

$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + \sin x - ax^2 - 2x$.

- (1) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若 $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极小值点, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 并在答题卡中涂上你所选的题号. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 4 - \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的方程为

$x^2 + (y-1)^2 = 1$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求 l 和 C 的极坐标方程;
- (2) 过 O 且倾斜角为 α 的直线与 l 交于点 A , 与 C 交于另一点 B . 若 $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12}$,

求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的取值范围.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10 分)

记函数 $f(x) = \left| x + \frac{1}{2} \right| + |2x - 1|$ 的最小值为 m .

- (1) 求 m 的值;
- (2) 若正数 a, b, c 满足 $abc = m$, 证明: $ab + bc + ca \geq \frac{9}{a + b + c}$.